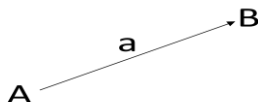


Лекция 3. Векторлар. Скалярлық көбейтінді.

Вектор деп бағытталған кесіндіні айтады, яғни кесіндінің белгілі бір ұзындығы және бағыты болады. Егер A – вектордың басы, ал B – вектордың ұшы болса, онда вектор $\overrightarrow{AB}$ немесе $\vec{a}$ символымен белгіленеді. $\overrightarrow{BA}$ векторы $\overrightarrow{AB}$ векторына **қарама-қарсы вектор** деп аталады (оның басы B нүктесінде, ал ұшы A нүктесінде орналасқан). $\vec{a}$ векторына қарама-қарсы векторды $-\vec{a}$ деп белгілейді.



$\vec{a}$ векторының **ұзындығы** немесе **модулі** деп $\overrightarrow{AB}$ кесіндісінің ұзындығын айтады және оны $|\overrightarrow{AB}|$ немесе $|\vec{a}|$ деп белгілейді.

Ұзындығы нөлге тең векторды **нөлдік вектор** деп атайды және ол $\vec{0}$ деп белгіленеді. Нөлдік вектордың бағыты болмайды.

Ұзындығы бірге тең векторды **бірлік вектор** деп атайды және оны $\vec{e}$ деп белгілейді.

Параллель түзулерде немесе бір түзудің бойында жататын векторлар **коллинеар векторлар** деп аталады және $\vec{a} \parallel \vec{b}$ деп белгіленеді. Коллинеар векторлар бағыттас болуы да, қарама-қарсы бағытта да болуы мүмкін.

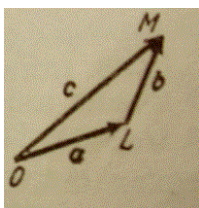
Егер екі $\vec{a}$ және $\vec{b}$ векторлары коллинеар болып, бағыттас және ұзындықтары бірдей болса, онда оларды **тең векторлар** ($\vec{a} = \vec{b}$) дейді.

Егер кеңістіктегі үш вектор бір жазықтықта немесе параллель жазықтықтарда жатса, онда олар **компланар векторлар** деп аталады.

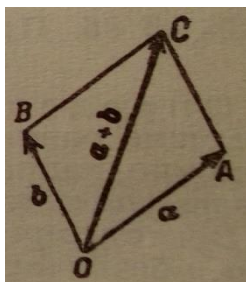
Векторларға қолданылатын сызықтық амалдар. Сызықтық амалдар деп, векторларды қосу және алу, векторды санға көбейту амалдарын айтады.

Екі вектордың қосындысын екі жолмен табуға болады: бірі параллелограмм әдісі, екіншісі үшбұрыштар әдісі.

Үшбұрыштар әдісі. Егер $\vec{b}$ векторының басы $\vec{a}$ векторының ұшына орналасса, онда $\vec{a}$ және $\vec{b}$ векторларының қосындысы $\vec{a} + \vec{b}$ деп, $\vec{a}$ векторының басы мен $\vec{b}$ векторының ұшын қосатын векторды айтады.



Параллелограмм әдісі. $\vec{a}$ және $\vec{b}$ векторларының қосындысы $\vec{a} + \vec{b}$ деп, $\vec{a}$ және $\vec{b}$ векторларының ортақ бас нүктесінен шығатын, параллелограммның диагоналіне сәйкес келетін векторды айтады.



Бір нүктеден шығатын $\vec{a}$ және $\vec{b}$ **векторларының айырымы** $\vec{a} - \vec{b}$ деп $\vec{b}$ векторының ұшын $\vec{a}$ векторының ұшымен қосатын векторды айтады.

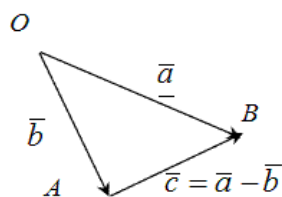


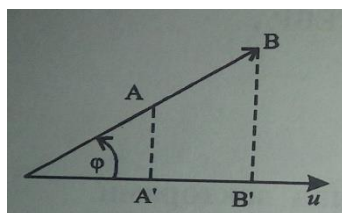
Рис. 3

$\vec{a}$ векторының λ санына көбейтіндісі деп $\vec{b}$ векторын айтады, егер келесі шарттар орындалса:

1. $|\vec{b}| = |\lambda| \cdot |\vec{a}|$,
2. $\vec{b}$ векторы $\vec{a}$ векторға коллинеар,
3. $\vec{b}$ және $\vec{a}$ векторлары бір біріне бағытталса, егер $\lambda > 0$ және бір біріне қарама-қарсы бағытталған, егер $\lambda < 0$.

$\overline{AB}$ векторының l өсіне проекциясы келесі формуламен анықталады және (+) таңбамен алынады, егер вектор мен ось арасындағы бұрыш сүйір болса, (-) таңбамен алынады, егер бұрыш доғал болса:

$$np_l \overline{AB} = A_1 B_1 = |\overline{AB}| \cos \varphi \quad (1)$$



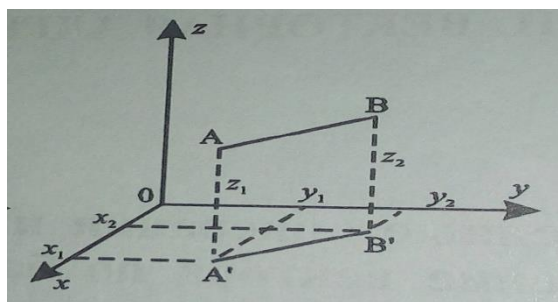
Векторлардың қосындыларының проекциясы әр вектордың проекцияларының қосындысына тең

$$np_l(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) = np_l \vec{a} + np_l \vec{b} + np_l \vec{c}$$

$\overline{AB}$ векторының проекциялары $X = np_x \overline{AB}$, $Y = np_y \overline{AB}$, $Z = np_z \overline{AB}$ осы вектордың координаталары деп аталады.

$A(x_1; y_1; z_1)$ және $B(x_2; y_2; z_2)$ нүктелері үшін $\overline{AB}$ векторының координаталары келесі формулалармен анықталады:

$$\overline{AB} = (x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1). \quad (2)$$



Айталық $\vec{a} = \{X; Y; Z\}$ кез келген вектор болсын. $\vec{a}$ вектора ұзындығы мына формуламен анықталады:

$$a = |\overline{AB}| = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} \quad (3)$$

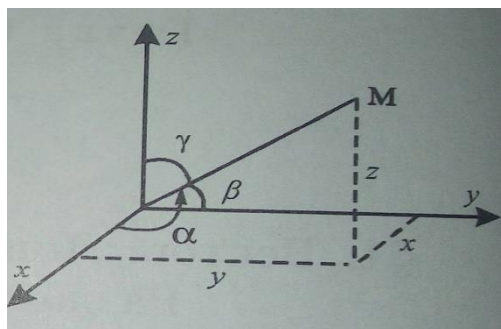
Егер $\vec{a}$ вектор Ox , Oy , Oz осьтерімен сәйкес түрде α, β, γ бұрыштарын құрса, және (1), (2), (3) формулаларын ескеріп, келесі формулаларын аламыз :

$$\cos \alpha = \frac{X}{\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}} = \frac{X}{|\vec{a}|}; \quad \cos \beta = \frac{Y}{\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}} = \frac{Y}{|\vec{a}|}; \quad \cos \gamma = \frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}} = \frac{Z}{|\vec{a}|}. \quad (4)$$

мұндағы $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ - $\vec{a}$ векторының бағыттаушы косинустары.

(4) формулалардан келесі теңдік шығады :

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1 \quad (5)$$



$\vec{a} = \{X_1; Y_1; Z_1\}$ және $\vec{b} = \{X_2; Y_2; Z_2\}$ векторларын қосқанда олардың сәйкес координаталары қосылады :

$$\vec{a} + \vec{b} = \{X_1 + X_2; Y_1 + Y_2; Z_1 + Z_2\}$$

Векторларды алғанда олардың сәйкес координаттары алынады: $\vec{a} - \vec{b} = \{X_1 - X_2; Y_1 - Y_2; Z_1 - Z_2\}$

Векторды λ санына көбейткенде оның әрбір координатасы сол санға көбейтіледі : $\lambda \vec{a} = \{\lambda X_1; \lambda Y_1; \lambda Z_1\}$

Егер $\vec{a} = \{X_1; Y_1; Z_1\}$ және $\vec{b} = \{X_2; Y_2; Z_2\}$ векторы коллинеар болса, онда олардың сәйкес координаттары

пропорционал болады : $\frac{X_2}{X_1} = \frac{Y_2}{Y_1} = \frac{Z_2}{Z_1}$

Егер пропорционал коэффициенті $\lambda = \frac{X_2}{X_1} = \frac{Y_2}{Y_1} = \frac{Z_2}{Z_1}$ оң болса, онда $\vec{a}$ и $\vec{b}$ векторлары бағыттас, егер теріс

болса, онда қарама-қарсы бағыттас болады.